技術社会システム

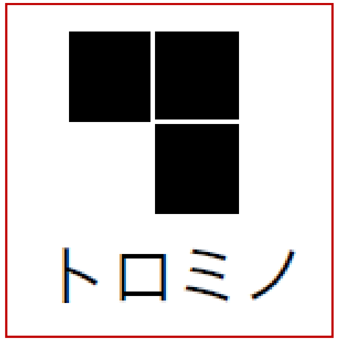
第10回：変換統治法(主に2進数変換)

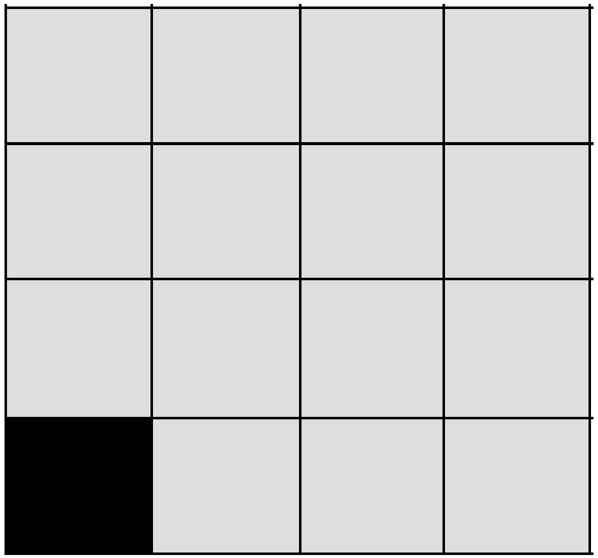
担当教員：蓮池 隆(はすいけ たかし)
連絡先：thasuike@waseda.jp

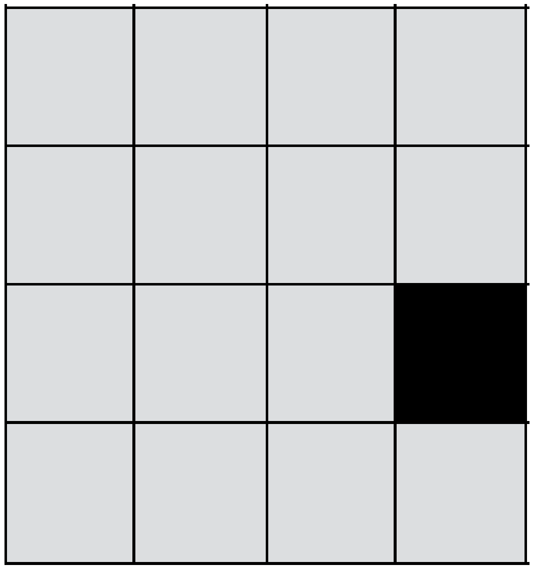
前回の解答から

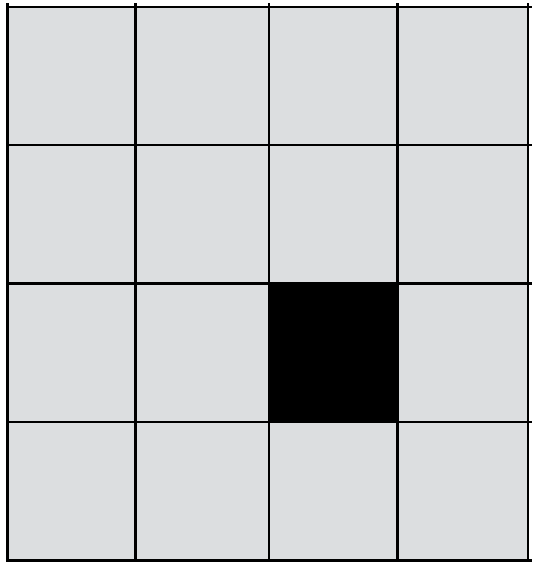
演習9-2

- 1マスが欠けた **4×4 の任意のチェス盤**
  (以下は一例)はトロミノで重複なく覆えるか？
  理由も述べなさい.









解答

演習9-2

- 前回の演習9-1より 以下の図1, 図2, 図3は，トロミノで重複なく覆える.
- 1マスが欠けた4×4の任意のチェス盤は，鏡映または回転を用いて図1, 図2, 図3のいずれかに変換できる.

→対称性より1マスが欠けた 4×4 の任意のチェス盤もトロミノで覆える.

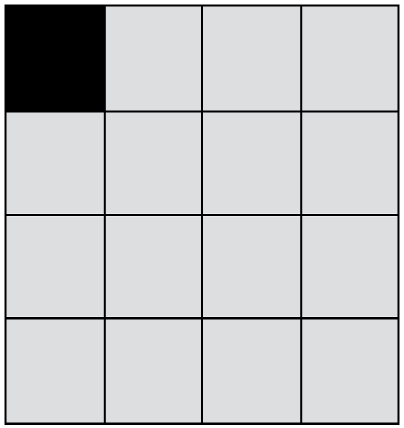


図１

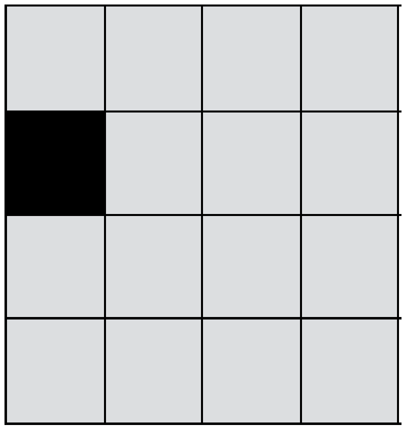


図２

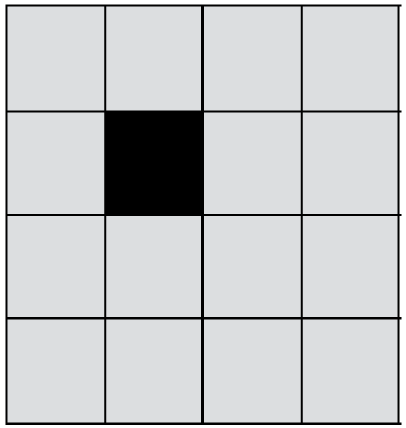
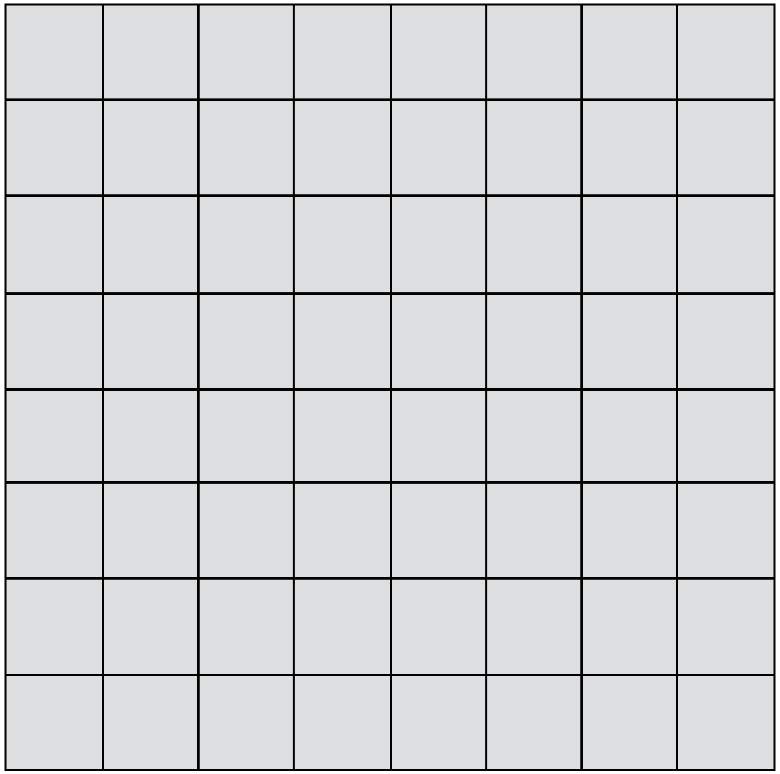


図３

一般化してみよう

演習9-5

- n×nのチェス盤を モノミノ1つと直線トロミノで重複なく覆えるか.
- 直線トロミノはいくつ用いてもよい．またモノミノは用いなくても良い.



解答例

演習9-5

- n×nのチェス盤を モノミノ1つと直線トロミノで重複なく覆えるか.
- 直線トロミノはいくつ用いてもよい.

modの性質より以下が成り立つ.

- n mod 3 = 0 or 1 or 2

さらに $n \geqq 3$ なので，以下のように表せる.

- $n \bmod 3 = 0 \Rightarrow n = 3k + 3$ ($k \geqq 0$：整数)
- $n \bmod 3 = 1 \Rightarrow n = 3k + 4$ ($k \geqq 0$：整数)
- $n \bmod 3 = 2 \Rightarrow n = 3k + 5$ ($k \geqq 0$：整数)

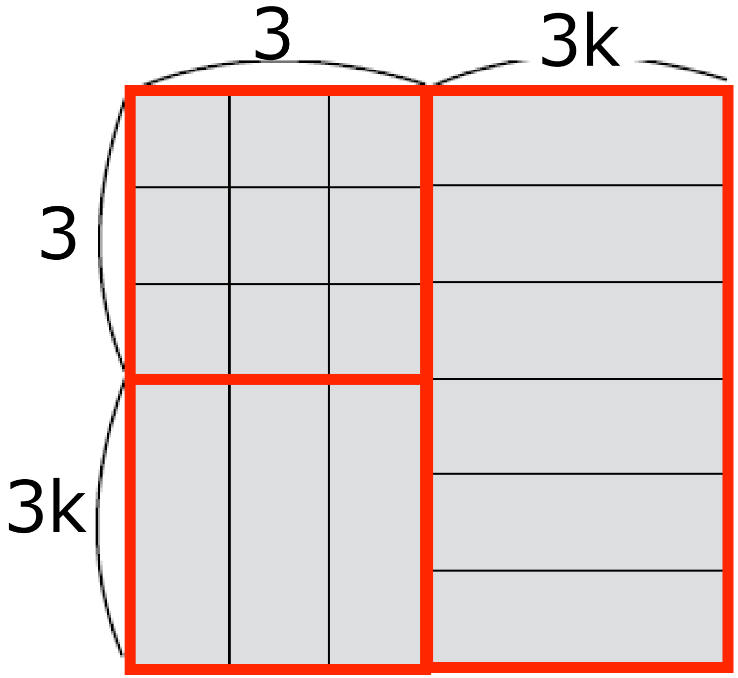
これらを場合分けして考える.

解答例

演習9-5

n = 3k+3 の場合

- チェス盤を以下の３つの部分に分割する(**分割統治法**).
- 全てのパーツは直線トロミノで敷き詰めることができる.
  →よって全体を直線トロミノで敷き詰めることが可能

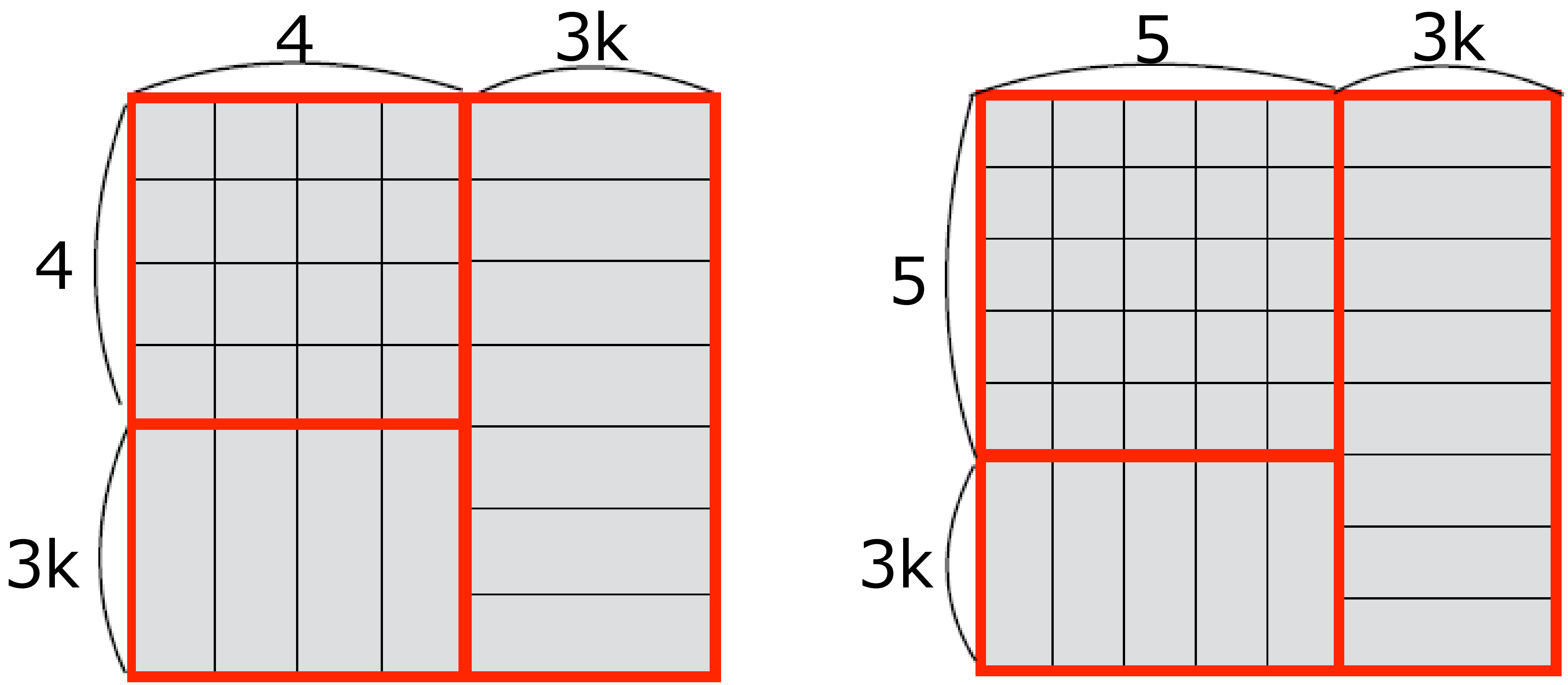


解答例

<u>演習9-5</u>

n = 3k+4, 3k+5 の場合

- <u>チェス盤を以下の３つの部分に分割する(**分割統治法**)</u>.
- 全てのパーツは直線トロミノで敷き詰めることができる.
  →よって全体を直線トロミノで敷き詰めることが可能



変換統治法

- 授業内のノート参照

2進数変換の練習です

2進数展開

- 任意の自然数 n は以下のように2のべき乗の和で表すことができる.

$$n = \sum_{k=0}^{N} b_k 2^k \to \left(2\text{進数変換}\right) \to b_N b_{N-1} \cdots b_1 b_0, \ \left(b_k = 0 \text{ or } 1\right)$$

- (例) 11 = 8 + 2 + 1 = 2^3 + 2^1 + 2^0
  = 1011[2進数]

練習問題：以下の数字を2進数展開せよ.

(1)100

(2)512

(3)1000

2進数展開の求め方

例題：29を2進数展開する

①まず29を2で割る　→　整数範囲で割り切れたら，$b_0=0$

割り切れなければ，$b_0=1$

今回は29÷2＝14…1で割り切れないため，$b_0=1$

②次に①の商である14を2で割る　→　割り切れたら, $b_1=0$

割り切れなければ, $b_1=1$

14÷2＝7…0　よって，$b_1=0$

③以下商に1が出るまで繰り返す

7÷2＝3…1　→　$b_2=1$

3÷2＝1…1　→　$b_3=1$　ここで商に1が出たため，$b_4=1$

よって，<u>29の2進数展開は，11101 [2進数]</u>

練習問題の解答

練習問題：以下の数字を2進数展開せよ.

(1)100＝ $64 + 32 + 2 = 2^6 + 2^5 + 2^2$

＝ 1100100[2進数]

(2)512= 2^9 = 1000000000[2進数]

(3)1000＝ $2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3$

＝ 1111101000[2進数]

それでは演習問題です

<u>演習10-1</u>

- 1円玉が6枚あり，それを以下の条件をみたすように，3つの山に分けよ.

  条件: 適当な山の組み合わせで，1円から6円までの全ての金額を表すことができる.

解答例

演習10-1

- 1円玉が6枚あり，それを以下の条件をみたすように，3つの山に分けよ.
  条件: 適当な山の組み合わせで，1円から6円までの全ての金額を表すことができる.

解答 : 山1: 1枚, 山2: 2枚, 山3: 3枚の山に分ければよい

- 1円 = 山1，2円 = 山2，3円 = 山3
- 4円 = 山1 + 山3
- 5円 = 山2 + 山3
- 6円 = 山1 + 山2 + 山3

類題で理解を深めましょう

演習10-2

- 1円玉が1000枚あり，それを以下の条件をみたすように，10個の山に分けよ.

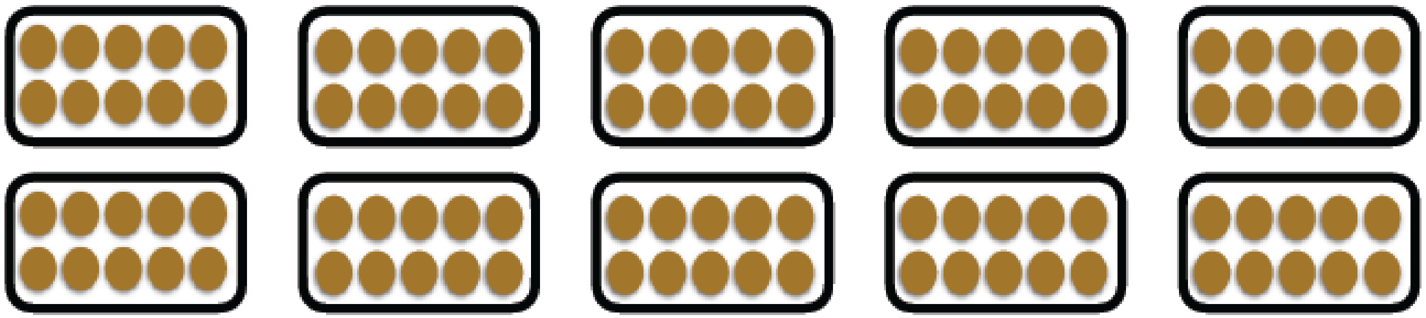
  条件: 適当な山の組み合わせで，1円から1000円までの全ての金額を表すことができる.

次は有名問題？？

演習10-3

- 10枚の硬貨を一山として，全部で10の硬貨の山が与えられている.
- これらは外見的には区別がつかないが，以下を満たす.
  - 一山は全て偽造硬貨で，残りの山は全て本物の硬貨
  - 本物の硬貨は10グラムで，偽造硬貨は9グラム

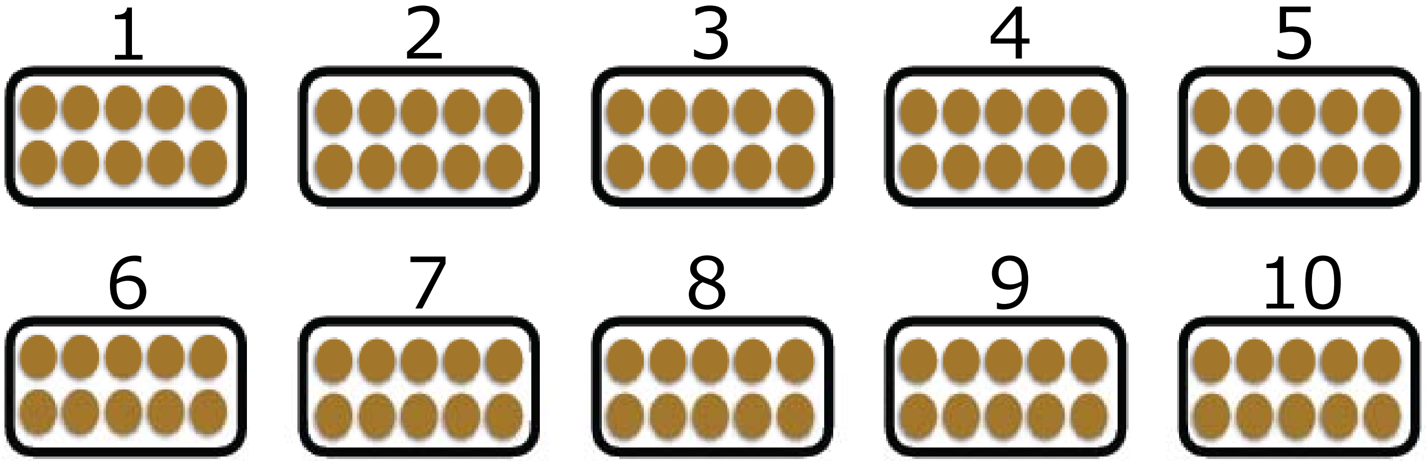
Q : 重量を表示できるデジタル式の秤が与えられたとき，偽造硬貨の山を見つけるには最低何回の計測が必要だろうか？



ヒント

演習10-3

- 硬貨の山に1から10まで名前をつける.



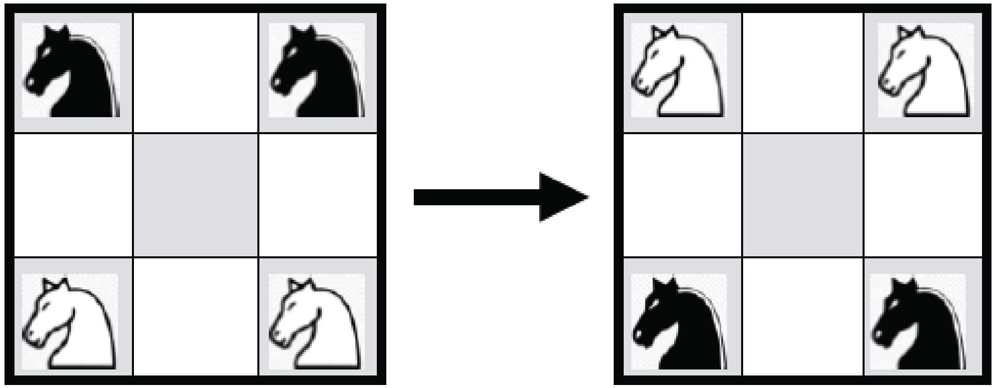
- 第 n 山 (n=1, 2, …, 10)からは，○枚の硬貨を秤に載せ，計測する.（○の部分に何を入れるかがポイント)

変換統治法でもチェス盤登場

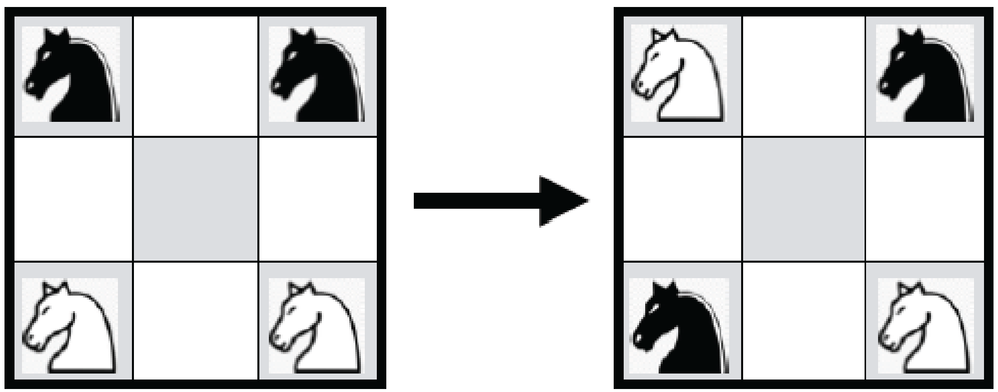
演習10-4

- チェス盤上の以下の位置に，4つのナイトが置かれている．
- 左の状態から右の状態へ，コマ同士が干渉せずに移動できるか，できる場合は最小手数を，左から右への状態へは移動できない場合はその理由を示しなさい．

(1)



(2)



ナイトの動ける範囲